

Université A. Assaâdi
Faculté des Sciences
Département de Maths.

SMA - SMI
Algèbre S_1
2007 / 2008



Contrôle n° 2 : durée 1h30
Documents sont interdits.

Exercice 1 : Décomposer en éléments simples la fraction

$$F = \frac{8X^4 + 8}{(X-1)^3 (X+1)^3}.$$

Exercice 2 : Soit P le polynôme complexe défini par :

$$P = \left(X^2 + (i-1)X + 7i + 4\right)\left(X + 2i + 1\right)\left(X - 3i - 2\right)$$

a/ Montrer que $P \in \mathbb{R}[X]$.
b/ Est-ce que P est irréductible dans $\mathbb{R}[X]$? Si oui le démontrer. Sinon, décomposer P en éléments irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$.

Exercice 3 : Étant donnés deux nombres complexes

$z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ $\quad x, y, x', y' \in \mathbb{R}$

On pose $\quad z * z' = xx' + i(xy' + x'y)$

1/ Rappeler la définition d'un anneau $(A, +, \times)$.
2/ Montrer que $(\mathbb{C}, +, *)$ est un anneau commutatif.
(+ est l'addition **usuelle** dans $\mathbb{C}$)
3/ Est-il intègre ?

Exercice 4 : On pose $H = \{a^2 + b^2 \ / \ a, b \in \mathbb{Q}\}$

1/ Rappeler la définition d'un sous-groupe.
2/ Montrer que $H^* = H - \{0\}$ est un sous-groupe de $(\mathbb{R}^*, \times)$ ./.


ETUSUP.com